Monsieur Jourdain y el Análisis Funcional

José M. Pacheco

Real Academia Canaria de Ciencias. josemiguel.pacheco@ulpgc.es

Resumen / Abstract

Dedicamos esta intervención a un revisión nada técnica del devenir del Análisis Funcional, indagando más en algunas cuestiones heurísticas de base que en detalles formales.

This presentation is dedicated to a non-technical revision of the evolution of Functional Analysis, focusing more on some basic and heuristic questions than in formal details.

Para Javier Pérez, con el afecto de una vieja amistad.

Introducción

Sobre el origen de las Matemáticas, suele aceptarse que surgen de la sistematización de prácticas agrícolas, comerciales, astronómicas y de la navegación, mucho antes de que existieran los profesionales actuales. Así, descienden de asuntos bien corrientes: contar, medir, pesar, pagar, cobrar, prestar, viajar y no perderse, aunque los propios éxitos en las aplicaciones pronto originarían reflexiones acerca de su validez y utilidad, que con el tiempo dieron paso, tras muchos esfuerzos mentales y siglos de trabajo, a problemas cada vez más alejados de lo cotidiano. Por poner un ejemplo, la justificación teórica de la simple suma de dos números enteros positivos arrastra tras de sí una gran carga de abstracción.

Tampoco existían matemáticos como tales, sólo gentes poseedoras de algunas habilidades aritméticas, geométricas y observacionales que lentamente fueron traspasándose ¡cómo no! a sacerdotes, filósofos, eruditos y gobernantes, encargados de recopilar los resultados y técnicas más útiles o prácticos, y de razonar sobre cómo perfeccionarlos. A partir de ahí comienza a verse el oficio de matemático, con independencia de ser o no una profesión en sí, pues esto último es muy reciente, pongamos que desde principios del siglo XVIII.

Entre los problemas clásicos tratados por las Matemáticas se encuentra la optimización de cantidades, entendidas como medidas de magnitudes, por ejemplo las formas de recipientes, de cascos de barcos, y los resultados de transacciones comerciales. Antes de la aparición del Cálculo Infinitesimal y la aplicación generalizada de la Geometría Analítica, la mayor parte de tales cuestiones solían manejarse por métodos de prueba y error. Pero vamos ya al Análisis Funcional. Nada mejor que un ejemplo.

Un ejemplo

Consideremos ahora una situación típica que todos hemos observado en muchas ciudades. Un bonito parterre cuadrado de cierta dimensión en un parque acabará casi siempre con una serie de senderos trazados por usuarios poco respetuosos que preferirán no rodearlo, sino acortar la distancia recorrida en sus trayectos a través del parque. Si lo pensamos un tanto, estamos delante de un ejercicio de Cálculo de Variaciones: "*Hallar la trayectoria más corta a través del parterre para acceder desde un punto A a otro B del contorno del mismo*". Un observador, incluso poco entrenado, verá que si A y B están en los extremos de una diagonal, ésta será la forma adoptada por el sendero que los conecta, detalles aparte. También es fácil observar la tendencia a ir limando los ángulos mediante caminos que eviten rodear las esquinas del parterre...

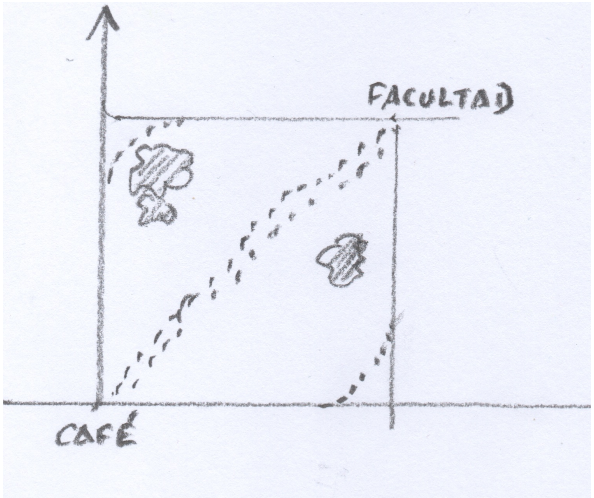

Fig 1 : Un parterre cuadrado con senderos no proyectados originalmente (dibujo del autor).

Los ciudadanos responsables, o culpables, de la aparición de los senderos, en realidad, resuelven a su modo el no caminar más de la cuenta, originando esas vías poco respetuosas con el césped, pero prácticas para ellos (Figura 1). Hay casos conocidos donde lo mejor ha sido aliarse con los peatones, y así se ha hecho en muchas ocasiones. En la Universidad Estatal de Ohio existe un jardín ovalado en el cual, tras dejar actuar a los usuarios un tiempo, se aceptó lo inevitable y los senderos espontáneos fueron pavimentados, con notable éxito para la conservación del césped restante (Figura 2) .

Fig 2 : El parterre ovalado de Ohio. Nótese el redondeo de los ángulos rectos en las vías de acceso. De la web de la Ohio State University.

Para el matemático actual, el problema de la diagonal del jardín cuadrado es muy fácil de plantear. Representando el cuadrado en $\mathbb{R}^2$ como $[0,1] \times [0,1]$, se tratará de hallar una función $y = f(x)$ que satisfaga las siguientes condiciones: