## Ejemplo (Alspach, 1981)

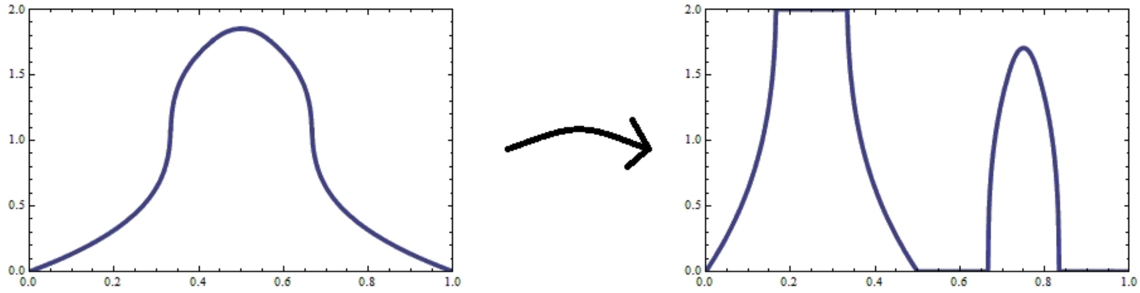
En el espacio $L_1[0,1]$ consideramos el convexo, w-compacto

$$C = \left\{ f \in L_1[0,1] : \int_0^1 f = 1 \text{ y } 0 \leq f \leq 2 \text{ c.p.t} \right\}$$

y si $T : C \to C$ es la "transformación del panadero", dada por

$$Tf(t) = \begin{cases} \min\{2f(2t), 2\} & \text{si } t \in [0, 1/2] \\ \max\{2f(2t-1) - 2, 0\} & \text{si } t \in (1/2, 1] \end{cases}$$

entonces $T$ carece de punto fijo.



## Ejemplo (Alspach, 1981)

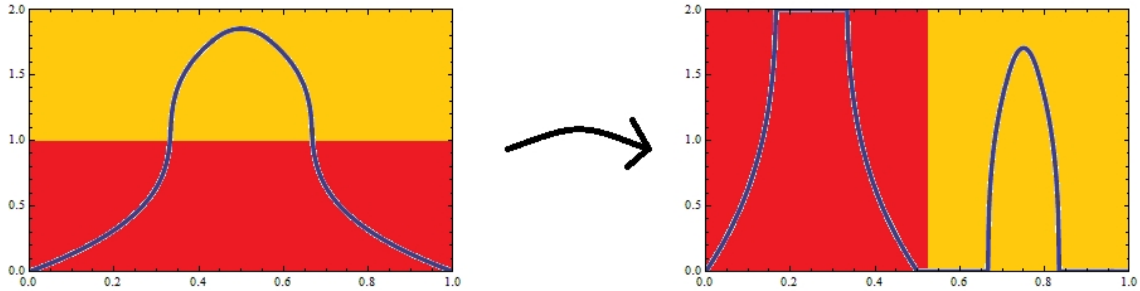
En el espacio $L_1[0,1]$ consideramos el convexo, w-compacto

$$C = \left\{ f \in L_1[0,1] : \int_0^1 f = 1 \text{ y } 0 \leq f \leq 2 \text{ c.p.t} \right\}$$

y si $T : C \to C$ es la "transformación del panadero", dada por

$$Tf(t) = \begin{cases} \min\{2f(2t), 2\} & \text{si } t \in [0, 1/2] \\ \max\{2f(2t-1) - 2, 0\} & \text{si } t \in (1/2, 1] \end{cases}$$

entonces $T$ carece de punto fijo.



El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

**Ejemplo (Lin, 2008)**

En $\ell_1$, la siguiente norma:

El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

**Ejemplo (Lin, 2008)**

En $\ell_1$, la siguiente norma:

$$|||x||| = \sup_{n \in \mathbb{N}} \frac{8^n}{1 + 8^n} \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

**Ejemplo (Lin, 2008)**

En $\ell_1$, la siguiente norma:

$$|||x||| = \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{8^n}{1+8^n} \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

es equivalente a la usual y además el espacio $(\ell_1, |||\ |||)$ tiene la FPP.

El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

**Ejemplo (Lin, 2008)**

En $\ell_1$, la siguiente norma:

$$|||x||| = \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{8^n}{1+8^n} \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

es equivalente a la usual y además el espacio $(\ell_1, ||| \ |||)$ tiene la FPP.

Además, como $(\ell_1, \| \ \|_1)$ carece de la propiedad, esto también probó que la FPP no es, en general, una propiedad invariante por isomorfismos.

El siguiente fue el primer ejemplo de un espacio de Banach con la FPP y no reflexivo.

**Ejemplo (Lin, 2008)**

En $\ell_1$, la siguiente norma:

$$|||x||| = \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{8^n}{1+8^n} \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

es equivalente a la usual y además el espacio $(\ell_1, |||\ |||)$ tiene la FPP.

Además, como $(\ell_1, \|\ \|_1)$ carece de la propiedad, esto también probó que la FPP no es, en general, una propiedad invariante por isomorfismos.

Parece que la implicación restante podría ser cierta; lo siguiente queda muy cerca de probar que todo reflexivo tiene la FPP.

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo.*

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

### Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$*

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*

### Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

### Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

$$d(X, Y) = \inf\{\|T\|\|T^{-1}\|/T : X \to Y \text{ es isomorfismo}\}.$$

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

$$d(X, Y) = \inf\{\|T\|\|T^{-1}\| / T : X \to Y \text{ es isomorfismo}\}.$$

No es una métrica per se, sino que su logaritmo es una pseudométrica.

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

$$d(X, Y) = \inf\{\|T\|\|T^{-1}\|/T : X \to Y \text{ es isomorfismo}\}.$$

No es una métrica per se, sino que su logaritmo es una pseudométrica. Considerando el correspondiente cociente, el resultado fue posteriormente mejorado a:

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

$$d(X, Y) = \inf\{\|T\|\|T^{-1}\|/T : X \to Y \text{ es isomorfismo}\}.$$

No es una métrica per se, sino que su logaritmo es una pseudométrica. Considerando el correspondiente cociente, el resultado fue posteriormente mejorado a:

**Teorema (Domínguez-Benavides & Phothi, 2010)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo.*

**Teorema (Domínguez-Benavides, 2009)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. Para cada $\varepsilon > 0$ existe un espacio de Banach $Y$ tal que:*

- *$Y$ es isomorfo a $X$; más aún, $d(X, Y) < 1 + \varepsilon$ (en particular, $Y$ es reflexivo).*
- *$Y$ tiene la FPP.*

Recordemos que la distancia entre dos espacios de Banach isomorfos se define como

$$d(X, Y) = \inf\{\|T\|\|T^{-1}\|/T : X \to Y \text{ es isomorfismo}\}.$$

No es una métrica per se, sino que su logaritmo es una pseudométrica. Considerando el correspondiente cociente, el resultado fue posteriormente mejorado a:

**Teorema (Domínguez-Benavides & Phothi, 2010)**

*Sea $X$ espacio de Banach reflexivo. El conjunto de normas equivalentes a la de $X$ que satisfacen la FPP es un $\mathcal{G}_\delta$ denso.*