

*The fixed-point property when endowed with
additional structure*

Fernando Rambla

I Workshop FQM - 257
Torremelgarejo, 5–6 de septiembre de 2018

CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN

- Resolviendo ecuaciones
- Primeros resultados
- Conceptos fundamentales

2 GEOMETRÍA Y RENORMAMIENTOS

- Conjeturas y contraejemplos
- Algunas nociones geométricas
- Estabilidad de la FPP

3 ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS ADICIONALES

- JB^* -triples y sus preduales

CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN

- Resolviendo ecuaciones
- Primeros resultados
- Conceptos fundamentales

2 GEOMETRÍA Y RENORMAMIENTOS

- Conjeturas y contraejemplos
- Algunas nociones geométricas
- Estabilidad de la FPP

3 ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS ADICIONALES

- JB^* -triples y sus preduales

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente:

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Idealmente, querríamos:

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Idealmente, querríamos:

- Demostrar la existencia de punto fijo para g .

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Idealmente, querríamos:

- Demostrar la existencia de punto fijo para g .
- Dar con un procedimiento para aproximarnos a dicho punto.

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Idealmente, querríamos:

- Demostrar la existencia de punto fijo para g .
- Dar con un procedimiento para aproximarnos a dicho punto.
- Estimar el error cometido en cada paso de la iteración.

Si X es un espacio vectorial y $f : X \rightarrow X$ es una aplicación, una forma de abordar la ecuación

$$f(x) = 0$$

es la siguiente: Definimos $g(x) = x + f(x)$ y con esto el problema anterior equivale a buscar los puntos fijos de

$$g(x) = x.$$

Idealmente, querríamos:

- Demostrar la existencia de punto fijo para g .
- Dar con un procedimiento para aproximarnos a dicho punto.
- Estimar el error cometido en cada paso de la iteración.

En esta exposición nos limitaremos al primer punto, salvo en contadas ocasiones.

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$.

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

*Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$.*

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

*Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :*

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

*Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :*

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

*Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :*

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

y el error cometido puede medirse como sigue:

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

*Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :*

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

y el error cometido puede medirse como sigue:

$$d(x_n, u) \leq \frac{k^n}{1-k} d(x_1, x_0) \quad \text{para cada } n \in \mathbb{N}$$

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

y el error cometido puede medirse como sigue:

$$d(x_n, u) \leq \frac{k^n}{1-k} d(x_1, x_0) \quad \text{para cada } n \in \mathbb{N}$$

TEOREMA (BROUWER, 1912)

Sean $n \in \mathbb{N}$ y $B_X = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_2 \leq 1\}$.

Si X y g tienen “buenas propiedades” entonces podemos conseguir lo anterior, total o parcialmente:

TEOREMA (BANACH, 1922)

Sean X espacio métrico completo y $g : X \rightarrow X$ una aplicación k -lipschitziana con $k < 1$. Entonces g tiene un **único** punto fijo $u \in X$. Además, para cada $x_0 \in X$ la siguiente sucesión, definida recursivamente, converge a un punto fijo de g :

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

y el error cometido puede medirse como sigue:

$$d(x_n, u) \leq \frac{k^n}{1-k} d(x_1, x_0) \quad \text{para cada } n \in \mathbb{N}$$

TEOREMA (BROUWER, 1912)

Sean $n \in \mathbb{N}$ y $B_X = \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_2 \leq 1\}$. Si $f : B_X \rightarrow B_X$ es continua entonces tiene un punto fijo.

Una importante generalización es:

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

*Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío.*

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

*Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.*

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

*Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.*

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

*Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.*

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$.

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

*Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.*

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$. Definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1 - \|x\|, x_1, x_2, \dots).$$

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$. Definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1 - \|x\|, x_1, x_2, \dots).$$

Entonces se tiene:

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$. Definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1 - \|x\|, x_1, x_2, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$. Definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1 - \|x\|, x_1, x_2, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.
- T es continua y no tiene punto fijo en B_X .

Una importante generalización es:

TEOREMA (SCHAUDER, 1930)

Sean X un espacio de Banach y $K \subseteq X$ convexo, **compacto** y no vacío. Si $T : K \rightarrow K$ es continua entonces tiene un punto fijo.

Si eliminamos el requisito de compacidad, entonces la conclusión puede dejar de ser cierta.

EJEMPLO (KAKUTANI, 1943)

Sea X uno de los espacios c_0, ℓ_p con $p \in [1, \infty)$. Definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1 - \|x\|, x_1, x_2, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.
- T es continua y no tiene punto fijo en B_X .
- (Sin embargo,) $\inf_{x \in B_X} \|x - Tx\| = 0$

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

Entonces se tiene:

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.
- T es continua y no tiene punto fijo en B_X .

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.
- T es continua y no tiene punto fijo en B_X .
- $\inf_{x \in B_X} \|x - Tx\| \geq 1 - \frac{1}{7}$

El “sin embargo” anterior se puede suprimir de forma drástica.

EJEMPLO (AYERBE-DOMÍNGUEZ-LÓPEZ, 1997)

En c_0 definimos $T : X \rightarrow X$ por

$$T(x_1, x_2, \dots) = (1, \min\{1, 7|x_1|\}, \min\{1, 7|x_2|\}, \dots).$$

Entonces se tiene:

- $T(B_X) \subseteq B_X$.
- T es continua y no tiene punto fijo en B_X .
- $\inf_{x \in B_X} \|x - Tx\| \geq 1 - \frac{1}{7}$

Como cabe imaginar una vez vista la demostración, el número 7 puede cambiarse por cualquier real $\alpha > 1$ y el ejemplo seguirá siendo igualmente válido.



S. Banach
(1892-1945)



L. E. J. Brouwer
(1881-1966)



J. P. Schauder
(1899-1943)

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir,

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ entonces se dice que es **no expansiva**.

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ entonces se dice que es **no expansiva**.
- Si T satisface $\|Tx - Ty\| < \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ distintos

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ entonces se dice que es **no expansiva**.
- Si T satisface $\|Tx - Ty\| < \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ distintos entonces se dice que es **contractiva**.

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ entonces se dice que es **no expansiva**.
- Si T satisface $\|Tx - Ty\| < \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ distintos entonces se dice que es **contractiva**.

El primer concepto ha sido estudiado mucho más que el segundo.

En teoría de punto fijo son habituales las nociones siguientes:

DEFINICIONES

Sean X un espacio normado y $T : X \rightarrow X$.

- Si T es 1-lipschitziana, es decir, satisface $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ entonces se dice que es **no expansiva**.
- Si T satisface $\|Tx - Ty\| < \|x - y\|$ para cada $x, y \in X$ distintos entonces se dice que es **contractiva**.

El primer concepto ha sido estudiado mucho más que el segundo.

OBSERVACIÓN

Una aplicación contractiva es claramente no expansiva, pero puede ocurrir que no sea k -lipschitziana para ningún $k < 1$.



En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- 1 X es un espacio de Banach.

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- 1 X es un espacio de Banach.
- 2 $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto entonces es aplicable el teorema de Schauder.

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto entonces es aplicable el teorema de Schauder.
- Si se mejora ❸ a que T sea k -lipschitziana para algún $k < 1$

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto entonces es aplicable el teorema de Schauder.
- Si se mejora ❸ a que T sea k -lipschitziana para algún $k < 1$ entonces es aplicable el teorema de Banach.

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto entonces es aplicable el teorema de Schauder.
- Si se mejora ❸ a que T sea k -lipschitziana para algún $k < 1$ entonces es aplicable el teorema de Banach.
- Cabe preguntarse, ¿y si se mejora ❶?

En lo que sigue nos centramos en situaciones más generales (y para las cuales los resultados no son aún satisfactorios), a saber:

- ❶ X es un espacio de Banach.
- ❷ $C \subseteq X$ es convexo, cerrado y acotado.
- ❸ $T : C \rightarrow C$ es una aplicación no expansiva.

Observemos que:

- Si se mejora ❷ a que C sea convexo compacto entonces es aplicable el teorema de Schauder.
- Si se mejora ❸ a que T sea k -lipschitziana para algún $k < 1$ entonces es aplicable el teorema de Banach.
- Cabe preguntarse, ¿y si se mejora ❶?

OBSERVACIÓN

En toda la exposición, debe tenerse en cuenta que T puede ser no lineal.



CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN

- Resolviendo ecuaciones
- Primeros resultados
- Conceptos fundamentales

2 GEOMETRÍA Y RENORMAMIENTOS

- Conjeturas y contraejemplos
- Algunas nociones geométricas
- Estabilidad de la FPP

3 ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS ADICIONALES

- JB^* -triples y sus preduales

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (**Browder**, 1965)

Sea X un espacio de Hilbert.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (**Browder**, 1965)

Sea X un espacio de **Banach** uniformemente convexo.

- Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Göhde, 1965)

Sea X un espacio de Banach uniformemente convexo.

- Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Kirk, 1965)

Sea X un espacio de Banach reflexivo y con estructura normal.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Kirk, 1965)

Sea X un espacio de Banach reflexivo y con estructura normal.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

La conclusión del teorema anterior falla en los espacios clásicos no reflexivos.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Kirk, 1965)

Sea X un espacio de Banach reflexivo y con estructura normal.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

La conclusión del teorema anterior falla en los espacios clásicos no reflexivos. Por ejemplo, en c_0 (y cualquier espacio que lo contenga isométricamente) puede utilizarse el ejemplo de Kakutani ya visto.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Kirk, 1965)

Sea X un espacio de Banach reflexivo y con estructura normal.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

La conclusión del teorema anterior falla en los espacios clásicos no reflexivos. Por ejemplo, en c_0 (y cualquier espacio que lo contenga isométricamente) puede utilizarse el ejemplo de Kakutani ya visto.

Aunque no se conozca una fecha exacta, la primera de las conjeturas que presentaremos probablemente “se respiraba en el ambiente” desde ese mismo año.

Algo sorprendente para la época fue que la respuesta dependiera de propiedades geométricas del espacio. En el transcurso de un sólo año se publicaron cuatro artículos que lo ponían de manifiesto.

TEOREMA (Kirk, 1965)

Sea X un espacio de Banach reflexivo y con estructura normal.

- *Entonces, para cada $C \subseteq X$ convexo, cerrado y acotado y cada $T : C \rightarrow C$ no expansiva, T tiene un punto fijo.*

La conclusión del teorema anterior falla en los espacios clásicos no reflexivos. Por ejemplo, en c_0 (y cualquier espacio que lo contenga isométricamente) puede utilizarse el ejemplo de Kakutani ya visto.

Aunque no se conozca una fecha exacta, la primera de las conjeturas que presentaremos probablemente “se respiraba en el ambiente” desde ese mismo año.

Antes necesitaremos dos conceptos más; el primero de ellos recoge la tesis de los resultados anteriores.



F. E. Browder (1927-2016)



W. A. Kirk (1938-)